微波网络参数转换在 Matlab 中的实现

□ 潘 猛 隋 强 郭永坤

（中国传媒大学 北京 100024）

摘 要 ：介绍了 n 端口网络 Z、Y、S 参数的定义，以及 2m 端口网络 A、T 参数的定义，并根据广义可逆矩阵对非 2m 端口网络 A、T 参数定义进行了推广 ；讨论各网络参数之间的转换关系。最后用 Matlab 实现了参数间转换的 GUI 程序，能够快捷友好的实现参数间转换。

关键词 ：微波网络参数 广义可逆矩阵 参数转换 Matlab GUI

中图分类号 ：TM931 文献标识码 ：A 文章编号 ：1007-3973（2011）010-061-02

1 引言

微波网络参数可以分为两大类，第一类是描述各端口面上电压、电流关系的电路参数，即 Z、Y、A 等参数 ；第二类是描述各端口面上归一化入、反射波之间关系的波参数，即 S、T 等参数。本文介绍了各网络参数以及相关转换关系，并用 Matlab 实现了其转换的 GUI 程序。

2 n 端口网络参数及相互转换关系

图 1 为线性无源 n（n≥2）端口网络，端口 1、端口 2、…、端口 n 的电压、电流、特性阻抗、入射波、反射波分别为 U_1、I_1、Z_{C1}、a_1、b_1，U_2、I_2、Z_{C2}、a_2、b_2…，U_n、I_n、Z_{Cn}、a_n、b_n，那么 Z、Y、S 参数的定义式如下：

$U = ZI$ (2.1) $\qquad I = YU$ (2.2)

其中 $U = [U_1\ U_2 \cdots\ U_n]^T$，$U = [I_1\ I_2 \cdots\ I_n]^T$

$[b_1\ b_2 \cdots\ b_n]^T = S[a_1\ a_2 \cdots\ a_n]^T$ (2.3)

由(2.1)、(2.2)式可得出 Z、Y 参数之间的关系

$Z = Y^{-1} \qquad Y = Z^{-1}$ (2.4)

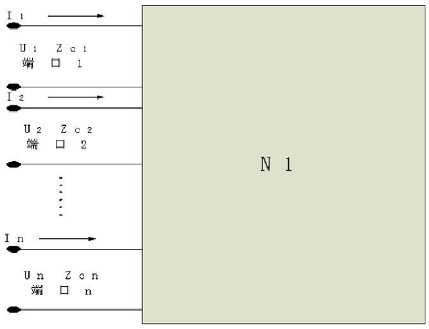


图 1 线性无源 n 端口

对于不同类的网络参数进行转换时需要对各网络参数进行归一化，以端口 1、端口 2、……、端口 n 的特性阻抗 Z_{C1}、Z_{C2}、……Z_{Cn} 为归一化标准时各端口的入、反射波与端口的网电压、电流的关系为：

$$u_i = \frac{U_i}{\sqrt{Z_{Ci}}} = a_i + b_i \qquad i_i = I_i\sqrt{Z_{Ci}} = a_i - b_i \qquad (i = 1, 2, \cdots n) \tag{2.5}$$

其中 u_i、i_1 分别为各端口的归一化电压、电流。由此可对各参数进行归一化，下例为 Y 参数归一化的结果：

$$y = \begin{bmatrix} Y_{11}Z_{C1} & Y_{12}\sqrt{Z_{C1}Z_{C2}} & \cdots & Y_{1n}\sqrt{Z_{C1}Z_{Cn}} \\ Y_{21}\sqrt{Z_{C2}Z_{C1}} & Y_{22}Z_{C2} & \cdots & Y_{2n}\sqrt{Z_{C2}Z_{Cn}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Y_{n1}\sqrt{Z_{Cn}Z_{C1}} & Y_{n2}\sqrt{Z_{Cn}Z_{C2}} & \cdots & Y_{nn}Z_{Cn} \end{bmatrix} \tag{2.6}$$

由 (2.1) ~ (2.5) 式可推导出 S 参数与第一类归一化参数 z、y 之间转换如下：

$$S = (z - E)(z + E)^{-1} \qquad z = (E + S)(E + S)^{-1} \tag{2.7}$$

$$S = (E + y)(E - y)^{-1} \qquad y = (E - S)(E + S)^{-1} \tag{2.8}$$

其中 E 为 n 阶单位矩阵。

A 参数和 T 参数是二端口网络特有的参量，因为它们所表示的分别是一个端口的信号对（U_1, I_1）和另一个端口的信号对（U_2,I_2）间的关系及一个端口的入、反射波（a_1,b_1）和另一个端口的入、反射波（a_2,b_2）之、间的关系。但是，对于多端口网络，则可以仿照二端口网络的做法，从形式上导出广义的 A、T 参数。

有两种情况，一种是 2m（偶数）端口网络，另一种是非 2m（奇数）端口网络。偶数端口网络可以比较容易的根据二端口网络 A、T 参数的形式导出，奇数端口网络需要定义了广义逆矩阵的基础之上进行导出。

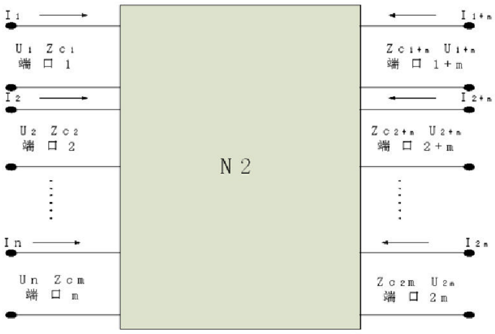


图 2 线性无源 2m 端口网络

图 2 为线性无源 2m 端口网络，对于 2m 端口，A、T 参数定义的方法有两种况，第一种情况，按端口信号对的顺序编排广义端口的信号量，定义出的 A、T 参数的矩阵方程分别为：

$$[U_1\ I_1\ U_2\ I_2 \cdots\ U_m\ I_m]^T = A[U_{m+1}\ -I_{m+1}\ U_{m+2}\ -I_{m+2} \cdots\ U_{2m} - I_{2m}]^T \tag{2.9}$$

$$[a_1\ b_1\ a_2\ b_2 \cdots\ a_m\ b_m]^T = T[b_{m+1}\ -a_{m+1}\ b_{m+2}\ a_{m+2} \cdots\ b_{2m} - a_{2m}]^T \tag{2.10}$$

其中，U_1、I_1、Z_{C1}、a_1、b_1，U_2、I_2、Z_{c2}、a_2、b_2……U_{2m}、I_{2m}、Z_{c2m}、a_{2m}、b_{2m} 为端口 1、端口 2……端口 2m 的电压、电流、特性阻抗以及入、反射波。

第二种情况是统一分块法，即将广义输入端口的电压（入射波）写在一起，电流（反射波）写在一起 ；广义输出端口的电压（反射波）写在一起，电流（入射波）写在一起，以形成广义端口的信号量，进而定义 A、T 参数。其定义式如下：

$[U_1\ U_2\cdots U_m\ I_1\ I_2\cdots I_m]^T = A[U_{m+1}\ U_{m+2}\cdots U_{2m}\ -I_{m+1}\ -I_{m+2}\cdots -I_{2m}]^T$ (2.11)

$[a_1\ a_2\cdots a_m\ b_1\ b_2\cdots b_m]^T = T[b_{m+1}\ b_{m+2}\cdots b_{2m}\ a_{m+1}\ a_{m+2}\cdots a_{2m}]^T$ (2.12)

关于A、T参数与其他参数的转换可用分块矩阵的计算予以完成，以下以第二种情况为标准举例说明A参数与Z参数间的转换关系。

令 $\begin{bmatrix} U_I \\ I_I \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_{II} \\ -I_{II} \end{bmatrix}$ (2.13)

其中 $U = \begin{bmatrix} U_I \\ U_{II} \end{bmatrix} \quad A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \quad I = \begin{bmatrix} I_I \\ I_{II} \end{bmatrix}$

由(2.12)式可以导出 $U_{II} = A_3^{-1}I_I + A_3^{-1}A_4 I_{II}$

$U_I = A_1A_3^{-1}I_I + (-A_2 + A_1A_3^{-1}A_4)I_{II}$

可得 $Z = \begin{bmatrix} A_1A_3^{-1} & -A_2 + A_1A_3^{-1}A_4 \\ A_3^{-1} & A_3^{-1}A_4 \end{bmatrix}$ (2.14)

(2.14)式即为A参数与Z参数间的转换关系。

众说周知，通常只有非奇异方阵才存在逆矩阵，对于m×n(m≠n)的矩阵X，可按下式定义其广义逆矩阵：

$X_L^{-1} = (X^TX)^{-1}X^T$ (2.16)

$X_R^{-1} = X^T(XX^T)^{-1}$

式中，X_L^{-1}——X的左逆矩阵

X_R^{-1}——X的右逆矩阵

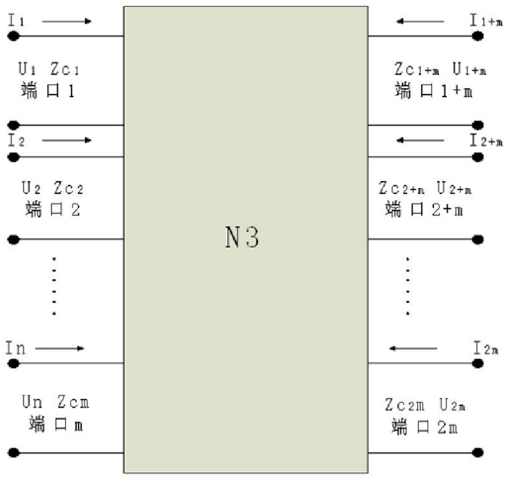


图3 线性无源非2m端口网络

图3是线性无源非2m端口网络，可以仿照2m端口网络，将前m端口放在一起形成一个广义端口，剩余p个端口形成另一个广义端口。这样可定义A、T参数如下：

$\begin{bmatrix} U_I \\ I_I \end{bmatrix} = A\begin{bmatrix} U_{II} \\ I_{II} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} a_I \\ b_I \end{bmatrix} = T\begin{bmatrix} b_{II} \\ a_{II} \end{bmatrix}$ (2.17)

其中 $U_I = [U_1\ U_2\cdots U_m]$

$I_I = [I_1\ I_2\cdots I_m]$

$a_I = [a_1\ a_2\cdots a_m]$

$U_{II} = [U_{1+m}\ U_{2+m}\cdots U_{p+m}]$

$I_{II} = [I_{1+m}\ I_{2+m}\cdots I_{p+m}]$

$a_{II} = [a_{1+m}\ a_{2+m}\cdots a_{p+m}]$

$b_I = [b_1\ b_2\cdots b_m]$

$b_{II} = [b_{1+m}\ b_{2+m}\cdots b_{p+m}]$

$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} T_1 & T_2 \\ T_3 & T_4 \end{bmatrix}$

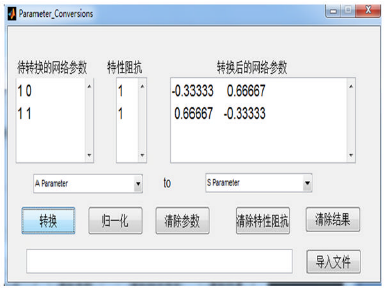
对于非2m端口网络，在定义了广义矩阵之后，其广义的A矩阵可由网络的阻抗矩阵推导出，广义的T矩阵可由网络的散射矩阵导出，结果如下：

$A = \begin{bmatrix} Z_1Z_{3L}^{-1} & -Z_2 + Z_1Z_{3L}^{-1}Z_4 \\ Z_{3L}^{-1} & Z_{3L}^{-1}Z_4 \end{bmatrix} \quad T = \begin{bmatrix} S_{3L}^{-1} & -S_{3L}^{-1}S_4 \\ S_2S_{3L}^{-1} & S_2 - S_1S_{3L}^{-1}S_4 \end{bmatrix}$ (2.18)

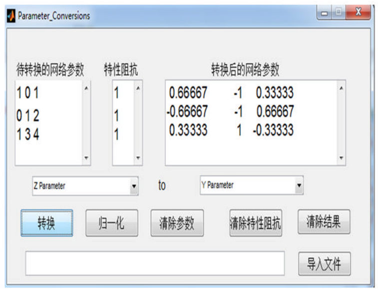
值得指出的是非2m端口网络的广义A、T矩阵的元素仅有4mp个。且A、T参数具有不完备性，根据广义逆矩阵$(X_L^{-1})_R^{-1} = X$的性质，由式(2.18)可知A_1、T_1只有右逆矩阵，因此，由A、T矩阵不能导出Z、S矩阵的全部参量，只能导出部分参量。

3 网络参数转换Matlab的实现

Matlab具有强大的矩阵运算能力，以上述推导出来的各网络参数间的关系为依据进行编程，能够很方便的实现各网络参数间的转换。GUI是Matlab的界面程序，使输入输出的人机交换过程更加方便清晰。下面以二端口A参数与S参数转换、三端口Z参数与Y参数转换进行举例说明。如图4所示:



(a)二端口A参数与S参数转换



(b)三端口Z参数与Y参数转换

图4 网络参数转换的GUI程序举例

4 结语

本文总结了n端口微波网络参数的定义，并根据广义逆矩阵对奇数端口A、T参数进行了推广，对各网络参数之间的转换关系进行了推导，最后用Matlab实现了网络参数的转换程序，使各参数之间的转换方便快捷。

参考文献：

[1] 张肇仪,周乐柱,吴明德,等.译.微波工程[M].北京:电子工业出版社,2010.

[2] 闫润卿,李英慧.微波技术基础[M].北京:北京理工大学出版社.2004.

[3] 邱启荣.矩阵理论及其应用[M].北京:中国电力出版社,2008.

[4] 尚洪臣.微波网络[M].南京:东南大学出版社,1996.